

Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**СОГЛАСОВАНО**

**Заведующий кафедрой**

**Кафедра теории функций  
(ТФ\_ФМиИ)**

наименование кафедры

подпись, инициалы, фамилия

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

институт, реализующий ОП ВО

**УТВЕРЖДАЮ**

**Заведующий кафедрой**

**Кафедра теории функций  
(ТФ\_ФМиИ)**

наименование кафедры

**Цих Август Карлович**

подпись, инициалы, фамилия

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

институт, реализующий дисциплину

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ**

Дисциплина Б1.О.16 Функциональный анализ

Направление подготовки /  
специальность 01.03.01 Математика Профиль 01.03.01.31  
Математический анализ, алгебра и логика

Направленность  
(профиль)

Форма обучения

очная

Год набора

2019

Красноярск 2021

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования с учетом профессиональных стандартов по укрупненной группе

010000 «МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА»

---

Направление подготовки /специальность (профиль/специализация)

Направление 01.03.01 Математика Профиль 01.03.01.31

---

Математический анализ, алгебра и логика

---

Программу  
составили

д.физ.-м. наук, профессор, Шлапунов Александр  
Анатольевич

---

## 1 Цели и задачи изучения дисциплины

### 1.1 Цель преподавания дисциплины

Познакомить студентов с одним из наиболее эффективным инструментом изучения основных моделей современного естествознания (в частности, интегральных уравнений и краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных) - линейным функциональным анализом.

### 1.2 Задачи изучения дисциплины

Дать основы для работы в метрических, нормированных и гильбертовых пространствах. Наибольшее внимание уделяется операторному подходу и методам построения точных и приближенных решений операторных уравнений

1.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

<b>ОПК-1:Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности</b>
--

<b>ОПК-1.1:Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности</b>
--

<b>ОПК-1.2:Осуществляет выбор метода решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний</b>
---

1.4 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина является базовой.

Для ее успешного изучения студентам необходимо освоить следующие дисциплины:

1. Математический анализ.

Дифференциальное исчисление функций одной переменной: вещественные числа, верхние и нижние грани множеств, предел последовательности, функции и их пределы, непрерывность функции, равномерная непрерывность, производная и дифференциал, теоремы о среднем, правило Лопиталя, формула Тейлора, монотонность, экстремумы функций.

Интегральное исчисление функций одной переменной: первообразная и неопределенный интеграл, определенный интеграл, несобственные интегралы, числовые ряды, функциональные

последовательности и ряды, степенные ряды, ряды Фурье.

Дифференциальное исчисление функции многих переменных: множества на плоскости и пространстве, открытые, замкнутые и компактные множества, предел последовательности точек, функции и их пределы, непрерывность функции, равномерная непрерывность, частные производные и дифференциал, формула Тейлора, экстремумы функций, неявные функции.

Интегральное исчисление функций многих переменных: мера, площадь, объем, интеграл, сведение кратного интеграла к повторному, несобственные интегралы, криволинейные интегралы, теория поверхностей, поверхностные интегралы, скалярные и векторные поля, интегралы, зависящие от параметра, интеграл Фурье.

## 2. Линейная алгебра.

Векторная алгебра: векторы, системы координат, скалярное и векторные произведения.

Системы уравнений и матрицы: матрицы, детерминанты, системы линейных уравнений, ранг матрицы, умножение матриц.

Линейные пространства: линейная зависимость, подпространства, линейные отображения, собственные векторы.

Евклидовы пространства: скалярное произведение, угол между векторами.

Функции на линейном пространстве: линейные функции, квадратичные формы, эрмитовы формы.

Алгебраические структуры: кольца, поля, алгебры.

Комплексные числа и многочлены. Корни многочленов.

## 3. Аналитическая геометрия.

Метод координат.

## 4. Обыкновенные дифференциальные уравнения.

Теорема Коши-Пикара.

Данная дисциплина имеет тесную связь с курсом «Уравнения математической физики» и является одной из основных для него. Она является основной для дисциплины «Методы теории гильбертовых пространств» магистратуры по данному направлению подготовки.

### 1.5 Особенности реализации дисциплины

Язык реализации дисциплины Русский.

Дисциплина (модуль) реализуется с применением ЭО и ДОТ

<https://e.sfu-kras.ru/course/view.php?id=13937>

## 2. Объем дисциплины (модуля)

Вид учебной работы	Всего, зачетных единиц (акад.час)	Семестр	
		5	6
<b>Общая трудоемкость дисциплины</b>	<b>8 (288)</b>	<b>4 (144)</b>	<b>4 (144)</b>
<b>Контактная работа с преподавателем:</b>	<b>3,89 (140)</b>	<b>2 (72)</b>	<b>1,89 (68)</b>
занятия лекционного типа	1,94 (70)	1 (36)	0,94 (34)
занятия семинарского типа			
в том числе: семинары			
практические занятия	1,94 (70)	1 (36)	0,94 (34)
практикумы			
лабораторные работы			
другие виды контактной работы			
в том числе: групповые консультации			
индивидуальные консультации			
иная внеаудиторная контактная работа:			
групповые занятия			
индивидуальные занятия			
<b>Самостоятельная работа обучающихся:</b>	<b>2,11 (76)</b>	<b>1 (36)</b>	<b>1,11 (40)</b>
изучение теоретического курса (ТО)			
расчетно-графические задания, задачи (РГЗ)			
реферат, эссе (Р)			
курсовое проектирование (КП)	Нет	Нет	Нет
курсовая работа (КР)	Нет	Нет	Нет
<b>Промежуточная аттестация (Экзамен)</b>	<b>2 (72)</b>	<b>1 (36)</b>	<b>1 (36)</b>

### 3 Содержание дисциплины (модуля)

#### 3.1 Разделы дисциплины и виды занятий (тематический план занятий)

№ п/п	Модули, темы (разделы) дисциплины	Занятия лекционного типа (акад. час)	Занятия семинарского типа		Самостоятельная работа, (акад. час)	Формируемые компетенции
			Семинары и/или Практические занятия (акад. час)	Лабораторные работы и/или Практикумы (акад. час)		
1	2	3	4	5	6	7
1	Метрические пространства	14	14	0	0	
2	Линейные метрические пространства и функционалы	26	26	0	36	
3	Линейные операторы нормированных пространств	14	14	0	0	
4	Линейные операторы пространств Гильберта	16	16	0	40	
Всего		70	70	0	76	

#### 3.2 Занятия лекционного типа

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование занятий	Объем в акад. часах		
			Всего	в том числе, в инновационной форме	в том числе, в электронной форме
1	1	Метрика. Метрические пространства.	2	0	0
2	1	Непрерывные отображения метрических пространств. Последовательности точек метрических пространств.	2	0	0

3	1	Открытые и замкнутые множества	2	0	0
4	1	Плотные подмножества, сепарабельные пространства. Полные пространства.	2	0	0
5	1	Теорема о вложенных шарах. Теорема Бэра.	2	0	0
6	1	Пополнение пространства.	2	0	0
7	1	Принцип сжимающих отображений и его применение	2	0	0
8	2	Нормированные пространства. Евклидовы пространства	2	0	0
9	2	Ортогональные векторы. Коэффициенты Фурье. Неравенство Бесселя	2	0	0
10	2	Полные и замкнутые ортогональные системы. Теорема Рисса-Фишера. Теорема об изоморфизме.	2	0	0
11	2	Подпространства, ортогональные дополнения. Теорема о прямой сумме	2	0	0
12	2	Функционалы. Однородные, выпуклые и линейные функционалы. Теорема Хана-Банаха	2	0	0
13	2	Непрерывные линейные функционалы. Ограниченность, норма функционала, непрерывность.	2	0	0
14	2	Теорема Хана-Банаха в нормированном пространстве. Сопряженное пространство.	2	0	0

15	2	Теорема Рисса об общем виде непрерывного линейного функционала на полном евклидовом пространстве.	2	0	0
16	2	Второе сопряженное пространство. Рефлексивность.	2	0	0
17	2	Слабая сходимость в нормированном пространстве. *-слабая сходимость	2	0	0
18	2	Обобщенные функции и их основные свойства	2	0	0
19	2	Компактные множества в нормированных пространствах. Теорема Вейерштрасса	2	0	0
20	2	Характеризация компактных множеств. Теорема Хаусдорфа. Теорема Арцела.	2	0	0
21	3	Линейные операторы. Непрерывность и ограниченность. Норма оператора	2	0	0
22	3	Пространство линейных ограниченных операторов. Компактные операторы. Пространство компактных ограниченных операторов	2	0	0
23	3	Операторные уравнения. Корректность по Адамару. Обратный оператор	2	0	0
24	3	Сопряженный оператор. Лемма об аннуляторе ядра.	2	0	0
25	3	Непрерывная обратимость. Теорема Банаха об обратном операторе	2	0	0



26	3	Спектр оператора. Резольвента. Теорема о спектре	2	0	0
27	3	Собственные значения и собственные векторы компактного оператора.	2	0	0
28	4	Сопряженный оператор в евклидовых пространствах. Лемма об аннуляторе ядра	2	0	0
29	4	Самосопряженные операторы и их спектр.	2	0	0
30	4	Теорема Гильберта-Шмидта	2	0	0
31	4	Следствия из теоремы Гильберта-Шмидта и ее применения	2	0	0
32	4	Операторные уравнения второго рода. Теоремы Фредгольма.	2	0	0
33	4	Следствия из теорем Фредгольма и их применения.	2	0	0
34	4	Линейные интегральные уравнения второго рода. Операторы Гильберта-Шмидта в пространстве Лебега	2	0	0
35	4	Уравнения с вырожденными ядрами.	2	0	0
Всего			70	0	0

### 3.3 Занятия семинарского типа

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование занятий	Объем в акад. часах		
			Всего	в том числе, в инновационной форме	в том числе, в электронной форме
1	1	Метрика. Метрические пространства.	2	0	0
2	1	Непрерывные отображения метрических пространств. Последовательности точек метрических пространств.	2	0	0
3	1	Открытые и замкнутые множества	2	0	0

4	1	Плотные подмножества, сепарабельные пространства. Полные пространства.	2	0	0
5	1	Теорема о вложенных шарах. Теорема Бэра.	2	0	0
6	1	Пополнение пространства.	2	0	0
7	1	Принцип сжимающих отображений и его применение	2	0	0
8	2	Нормированные пространства. Евклидовы пространства	2	0	0
9	2	Ортогональные векторы. Коэффициенты Фурье. Неравенство Бесселя	2	0	0
10	2	Полные и замкнутые ортогональные системы. Теорема Рисса-Фишера. Теорема об изоморфизме.	2	0	0
11	2	Подпространства, ортогональные дополнения. Теорема о прямой сумме	2	0	0
12	2	Функционалы. Однородные, выпуклые и линейные функционалы. Теорема Хана-Банаха	2	0	0
13	2	Непрерывные линейные функционалы. Ограниченность, норма функционала, непрерывность.	2	0	0
14	2	Теорема Хана-Банаха в нормированном пространстве. Сопряженное пространство.	2	0	0
15	2	Теорема Рисса об общем виде непрерывного линейного функционала на полном евклидовом пространстве.	2	0	0
16	2	Второе сопряженное пространство. Рефлексивность.	2	0	0

17	2	Слабая сходимостъ в нормированном пространстве. *-слабая сходимостъ	2	0	0
18	2	Обобщенные функции и их основные свойства	2	0	0
19	2	Компактные множества в нормированных пространствах. Теорема Вейерштрасса	2	0	0
20	2	Характеризация компактных множеств. Теорема Хаусдорфа. Теорема Арцела.	2	0	0
21	3	Линейные операторы. Непрерывность и ограниченность. Норма оператора	2	0	0
22	3	Пространство линейных ограниченных операторов. Компактные операторы. Пространство компактных ограниченных операторов	2	0	0
23	3	Операторные уравнения. Корректность по Адамару. Обратный оператор	2	0	0
24	3	Сопряженный оператор. Лемма об аннуляторе ядра.	2	0	0
25	3	Непрерывная обратимость. Теорема Банаха об обратном операторе	2	0	0
26	3	Спектр оператора. Резольвента. Теорема о спектре	2	0	0
27	3	Собственные значения и собственные векторы компактного оператора.	2	0	0
28	4	Сопряженный оператор в евклидовых пространствах. Лемма об аннуляторе ядра	2	0	0
29	4	Самосопряженные операторы и их спектр.	2	0	0
30	4	Теорема Гильберта-Шмидта	2	0	0

31	4	Следствия из теоремы Гильберта-Шмидта и ее применения	2	0	0
32	4	Операторные уравнения второго рода. Теоремы Фредгольма.	2	0	0
33	4	Следствия из теорем Фредгольма и их применения.	2	0	0
34	4	Линейные интегральные уравнения второго рода. Операторы Гильберта-Шмидта в пространстве Лебега	2	0	0
35	4	Уравнения с вырожденными ядрами.	2	0	0
Всего			70	0	0

### 3.4 Лабораторные занятия

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование занятий	Объем в акад. часах		
			Всего	в том числе, в инновационной форме	в том числе, в электронной форме
Всего					

## 4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л1.1	Шлапунов А. А., Федченко Д. П., Трутнев В. М.	Функциональный анализ: метод. указ. по выполнению самостоят. работы	Красноярск: СФУ, 2012

## 5 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Оценочные средства находятся в приложении к рабочим программам дисциплин.

## 6 Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

6.1. Основная литература			
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год

Л1.1	Треногин В. А., Писаревский Б. М., Соболева Т. С.	Задачи и упражнения по функциональному анализу: учебное пособие для студентов университетов по специальности "Математика" и "Прикладная математика"	Москва: Физматлит, 2002
Л1.2	Колмогоров А. Н., Фомин С. В.	Элементы теории функций и функционального анализа	Москва: Физматлит, 2004
Л1.3	Шлапунов А. А., Работин В. В., Садыков Т. М.	Функциональный анализ: конспект лекций	Красноярск: Сибирский федеральный университет [СФУ], 2011
6.2. Дополнительная литература			
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л2.1	Треногин В. А.	Функциональный анализ: учебник для студентов по специальностям "Математика" и "Прикладная математика"	Москва: Физматлит, 2007
Л2.2	Шлапунов А. А., Работин В. В., Садыков Т. М.	Функциональный анализ. Операторные уравнения: учебное пособие	Красноярск: СФУ, 2011
6.3. Методические разработки			
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л3.1	Шлапунов А. А., Федченко Д. П., Трутнев В. М.	Функциональный анализ: метод. указ. по выполнению самостоят. работы	Красноярск: СФУ, 2012

## **8 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины прилагаются к рабочей программе дисциплины отдельным документом, в том числе, включающим в себя указания по организации самостоятельной работы обучающихся, а также указания по организации работы на занятиях, проводимых в инновационных формах обучения. Методические указания разработаны согласно требованиям СФУ по разработке и структуре УМК дисциплины.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации в зависимости от нозологии:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа

## **9 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю) (при необходимости)**

### **9.1 Перечень необходимого программного обеспечения**

9.1.1	Специальное программное обеспечение в учебном процессе по данной дисциплине не используется.
-------	--

### **9.2 Перечень необходимых информационных справочных систем**

9.2.1	Для самостоятельной работы у студентов должен быть доступ к электронному каталогу НБ СФУ.
-------	---

## **10 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, укомплектованные мебелью и техническими средствами обучения (меловые и маркерные доски, мел или маркер). Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья, в зависимости от нозологий, осуществляется с использованием средств обучения общего и специального назначения.